

Przedmowa do wydania I	8
Rozdział 1. WIADOMOŚCI WSTĘPNE	11
1.1. Istota i przedmiot mechaniki	11
1.2. Mechanika klasyczna a mechanika relatywistyczna	11
1.3. Klasyfikacja gałęzi mechaniki	14
1.4. Rys historyczny	15
1.5. Mechanika ogólna jako teoria	17
1.6. Działy mechaniki ogólnej	19
Pytania sprawdzające	19
Rozdział 2. WEKTORY I RACHUNEK WEKTOROWY	20
2.1. Geometryczne i analityczne określenie wektora	20
2.2. Działania na wektorach	21
2.3. Funkcje wektorowe	24
2.4. Wektory swobodne i wektory związane z prostą	28
Pytania sprawdzające	32
Rozdział 3. GEOMETRIA MAS	33
3.1. Przedmiot i zagadnienia geometrii mas	33
3.2. Momenty statyczne i określenie środka masy układu punktów materialnych i bryły	35
3.3. Obliczanie momentów statycznych oraz współrzędnych środka masy układu punktów materialnych i bryły	40
3.4. Reguły Pappusa-Guldina	48
3.5. Momenty bezwładności i momenty dewiacji	50
3.6. Obliczanie momentów II rzędu ciał sztywnych	55
3.7. Zmiany macierzy bezwładności bryły przy transformacji układu współrzędnych	61
3.8. Osie główne oraz główne momenty bezwładności bryły w punkcie	71
3.9. Elipsoida bezwładności bryły w punkcie	76
Pytania sprawdzające	78
Rozdział 4. STATYKA UKŁADÓW MECHANICZNYCH	79
4.1. Przedmiot, zadania i metody statyki	79
4.2. Rodzaje oddziaływań mechanicznych	82
4.3. Więzy i rodzaje podpór w układach mechanicznych	84
4.4. Liczba stopni swobody i statyczna niewyznaczalność układów mechanicznych	86
4.5. Redukcja układu oddziaływań mechanicznych	89
4.6. Warunki równowagi układów mechanicznych	96

4.7. Tarcie w statyce układów mechanicznych	99
4.8. Obszary obciążeń i położenia równowagi	102
4.9. Statyczna niewyznaczalność związana z tarcie	105
4.10. Dwoistość zakłócenia równowagi w związku z tarcie	105
4.11. Samohamowność i zakleszczanie	112
4.12. Opory toczenia i przetaczanie	117
4.13. Tarcie opasania	120
4.14. Kratownice płaskie	122
Pytania sprawdzające	129
Rozdział 5. KINEMATYKA PUNKTU	130
5.1. Geometryczny i analityczny opis położenia punktu	130
5.2. Tor punktu w przestrzeni i równanie ruchu punktu po torze	132
5.3. Prędkość i przyspieszenie punktu	138
5.4. Składowe wektorów prędkości i przyspieszenia punktu w układzie walcowym	140
5.5. Składowe wektorów prędkości i przyspieszenia punktu w układzie naturalnym	143
5.6. Ruch prostoliniowy punktu	146
5.7. Ruch punktu w jednorodnym polu przyspieszeń	153
5.8. Ruch punktu w środkowym polu przyspieszeń	155
Pytania sprawdzające	156
Rozdział 6. DYNAMIKA PUNKTU MATERIALNEGO	157
6.1. Wprowadzenie do dynamiki	157
6.2. Dynamika swobodnego punktu materialnego	158
6.3. Ruch punktu pod działaniem siły zależnej od położenia	160
6.4. Ruch punktu pod działaniem siły zależnej od prędkości	166
6.5. Ruch punktu materialnego pod wpływem siły Lorentza	175
6.6. Ruch punktu materialnego pod działaniem siły zależnej od czasu	178
6.7. Dynamika nieswobodnego punktu materialnego	179
6.8. Pęd punktu materialnego i prawo jego zmienności	185
6.9. Kręt punktu materialnego i prawo jego zmienności	188
6.10. Praca i moc siły	193
6.11. Energia kinetyczna punktu materialnego i prawo jej zmienności	197
6.12. Prawo zmienności energii kinetycznej w potencjalnym polu sił	199
Pytania sprawdzające	205
Rozdział 7. DYNAMIKA UKŁADU PUNKTÓW MATERIALNYCH	206
7.1. Określenie i podstawowe właściwości układu punktów materialnych	206
7.2. Równania dynamiki układu punktów materialnych	210
7.3. Pęd układu punktów materialnych i prawo jego zmienności	215
7.4. Prawo ruchu środka masy układu punktów materialnych	218
7.5. Kręt układu punktów materialnych i prawo jego zmienności	222
7.6. Energia kinetyczna układu punktów materialnych i prawo jej zmienności	225
7.7. Prawo zmienności energii kinetycznej układu punktów materialnych w potencjalnym polu sił	229
Pytania sprawdzające	236
Rozdział 8. KINEMATYKA CIAŁA SZTYWNEGO	237
8.1. Opis położenia ciała sztywnego w przestrzeni	237
8.2. Klasyfikacja ruchów ciała sztywnego	242
8.3. Prędkość i przyspieszenie punktów bryły w ruchu dowolnym	244
8.4. Prędkość i przyspieszenie punktów bryły w ruchu postępowym	252

8.5. Prędkość i przyspieszenie punktów bryły w ruchu kulistym	254
8.6. Prędkość i przyspieszenie punktów bryły w ruchu płaskim	259
8.7. Prędkość i przyspieszenie punktów bryły w ruchu śrubowym	269
Pytania sprawdzające	271
Rozdział 9. RUCH ZŁOŻONY PUNKTU MATERIALNEGO	272
9.1. Opis ruchu punktu materialnego w różnych układach odniesienia	272
9.2. Prędkość i przyspieszenie punktu materialnego w ruchu złożonym	275
9.3. Dynamika ruchu względnego punktu materialnego	281
Pytania sprawdzające	292
Rozdział 10. DYNAMIKA CIAŁA SZTYWNEGO	293
10.1. Energia kinetyczna ciała sztywnego	293
10.2. Prawo zmienności energii kinetycznej ciała sztywnego	298
10.3. Pęd ciała sztywnego i prawo jego zmienności	302
10.4. Kręt ciała sztywnego i prawo jego zmienności	306
10.5. Równania ruchu ciała sztywnego wynikające z praw zmienności pędu i krętu	312
10.6. Dynamika bryły w ruchu postępowym	313
10.7. Dynamika bryły w ruchu obrotowym względem osi stałej	314
10.8. Dynamika bryły w ruchu kulistym	326
10.9. Zjawisko giroskopowe	331
10.10. Dynamika bryły w ruchu płaskim	333
10.11. Dynamika toczącego się koła	336
10.12. Dynamika pojazdów	339
Pytania sprawdzające	343
Rozdział 11. ELEMENTY MECHANIKI ANALITYCZNEJ	344
11.1. Motyw podjęcia wątku analitycznego w mechanice ogólnej	344
11.2. Więzy i współrzędne uogólnione układu punktów materialnych	345
11.3. Przemieszczenia wirtualne w układzie punktów materialnych	348
11.4. Zasada prac wirtualnych	350
11.5. Zasada prac wirtualnych a warunki równowagi ciała sztywnego	355
11.6. Zasada d'Alemberta	357
11.7. Równania Lagrange'a II rodzaju	361
Pytania sprawdzające	372
Rozdział 12. ELEMENTARNA TEORIA ZDERZENIA	373
12.1. Siły zderzeniowe	373
12.2. Dynamika punktu materialnego pod działaniem siły zderzeniowej	374
12.3. Zderzenie punktu materialnego z przegrodą	376
12.4. Zderzenie dwóch punktów materialnych	380
12.5. Działanie impulsu siły na ciało sztywne	382
12.6. Działanie impulsu siły na bryłę w ruchu obrotowym	384
12.7. Zderzenie dwu brył w ruchu płaskim	389
Pytania sprawdzające	394
Rozdział 13. DYNAMIKA UKŁADÓW O ZMIENNEJ MASIE	395
13.1. Dynamika punktu materialnego o zmiennej masie	395
13.2. Dynamika bryły o zmiennym momencie bezwładności w ruchu obrotowym względem stałej osi	403
13.3. Równanie ruchu rakiety	405
Pytania sprawdzające	407
Wybrane pozycje literatury	408

Podręcznik obejmuje w zasadzie materiał przedmiotu *mechanika ogólna* prowadzonego w ramach studiów akademickich I stopnia na wydziałach mechanicznych politechnik, ale mogą z niego korzystać studenci innych wydziałów, na których mechanika – również w węższym zakresie – należy do przedmiotów obowiązkowych lub obieralnych. Prezentowany układ, treść i sposób wyłożenia materiału opiera się na moich doświadczeniach związanych z prowadzeniem wykładów i ćwiczeń z zakresu mechaniki na Wydziale Samochodów i Maszyn Roboczych Politechniki Warszawskiej w latach 1978-2003. Wykłady prowadzone były zarówno na jednolitych 5-letnich studiach magisterskich, jak również, po reformie systemu studiów w latach 1996–99 – na studiach akademickich I i II stopnia.

Warto zaznaczyć, że ideą wspomnianej reformy studiów było między innymi rozszerzenie wiedzy leżącej u podstaw umiejętności rozwiązywania współczesnych problemów technicznych – interdyscyplinarnych, często zawierających wątki ekonomiczne, a niemal zawsze – informatyczne. Przy tym podejściu podstawowy kurs mechaniki ogólnej na studiach I stopnia nie mógł zostać „okrojony” pod względem tematycznym. Przeciwnie – należało w nim wyeksponować metody alternatywne, co najwyżej rezygnując z metod, które utraciły znaczenie, oraz czasochłonnych dowodów i wyprowadzeń.

Określając zawartość tej książki, przyjąłem zasadę pełnej odpowiedniości układu i podręcznika oraz nieumieszczania tematów nieobowiązkowych (często oznaczanych gwiazdkami), aby nie przerażać Czytelnika samą objętością książki, a zwłaszcza nie zachęcać do pomijania fragmentów tekstu „bez szkody” dla zamierzonego efektu końcowego. Wskazuję przy tym możliwości i korzyści wynikające z wychodzenia poza ramy podręcznika w celu poznania innych przykładów, oswajania się z innymi oznaczeniami i sposobami wyłożenia materiału, a w rezultacie – nabrania dystansu i ukształtowania własnego, krytycznego poglądu na problematykę będącą przedmiotem studiów.

Literatura obejmująca podstawy teoretyczne ruchu i równowagi ciał stałych modelowo traktowanych jako punkty materialne lub bryły sztywne jest bardzo bogata. Wyodrębnia się w niej nurt naukowy, w którym na pierwszy plan wysuwa się

ścisłość matematyczna, czystość teorii i oryginalność ujęcia „z pozostawieniem – jak pisze Huber [1] – na boku wszelkich zastosowań i zagadnień szczegółowych” (na przykład dzieło Lagrange’a „*Mechanique Analytique*” [2] wydane w Paryżu w roku 1811 nie zawiera ani jednego rysunku). Drugi nurt w mechanice ma charakter dydaktyczny, w znacznej mierze (jeśli nie wyłącznie) służebny wobec zastosowań technicznych, i jako taki koncentruje się na możliwie sprawnym przekazaniu wiedzy i wyćwiczeniu umiejętności niezbędnych do rozwiązywania problemów dotyczących ruchu lub równowagi ciał [3]. W tym nurcie znaczną rolę odgrywają dylematy metodologiczne, wynikające np. z możliwości percepcji poszczególnych części materiału przy postępującym równolegle zaawansowaniu matematycznym, czy też ze stosowania (lub niestosowania) szkolnej dydaktycznej zasady „od szczegółu do ogółu”.

Bogactwo publikacji w zakresie mechaniki ogólnej, zwłaszcza podręczników akademickich, nie znajduje odzwierciedlenia w spisie literatury. Zamieszczone zostały tylko te pozycje, które bezpośrednio wpłynęły na treść tej pracy. Podręczniki [4] i [5] pochodzą z obszaru amerykańskiego. Umożliwią one zainteresowanemu Czytelnikowi zapoznanie się z angielskim nazewnictwem w zakresie mechaniki oraz z nieco odmiennym sposobem prowadzenia wykładu.

Książkę tę traktuję jako podstawę wykładu prowadzonego w sposób tradycyjny. Ze świadomym ryzykiem, ale i przekonaniem o słuszności, przyjąłem zasadę przechodzenia „od ogółu do szczegółu”, od której wyjątkiem jest przejście od punktu materialnego do bryły, a nie na odwrót. Jest to oczywista logiczna konsekwencja przejścia od aksjomatów do praw dowodzonych, i nie powinna budzić zastrzeżeń.

W podręczniku omawiane są działy mechaniki ogólnej: statyka, kinematyka i dynamika, co jednak nie stanowi podstawy podziału przedmiotu na trzy niezależne części, jak to miało miejsce w dawnych ujęciach (np. [6]). Poszczególne rozdziały odpowiadają opisowi ruchu podstawowych modeli układów mechanicznych – punktu materialnego, układu odosobnionych punktów materialnych oraz ciała sztywnego. Ekspozowana jest przy tym jedność trzech podstawowych praw ruchu tych modeli – praw zmienności pędu, krętu i energii kinetycznej. Przypadki zachowawcze traktowane są konsekwentnie jako szczególne przypadki zmienności, a nie jako zasady.

Rozdział poświęcony równowadze układów mechanicznych koncentruje się na redukcji układu oddziaływań mechanicznych, na warunkach równowagi, oraz na zjawiskach związanych z występowaniem tarcia suchego, takich jak obszary położeń równowagi, dwoistość zakłócenia równowagi czy zakleszczanie. Problematyka ta może być wykładana przed geometrią mas, która wymaga większego zaawansowania matematycznego w zakresie rachunku całkowego. Ruch złożony punktu materialnego został potraktowany oddzielnie ze względu na konieczność wcześniejszego pełnego opisu ruchu unoszenia, który należy do kinematyki ciała sztywnego. Osobne miejsce zajmuje problematyka zderzeń, w której istotną,

wspólną dla punktu materialnego i bryły, rolę odgrywa hipoteza restytucji normalnej – fenomenologiczne prawo wywodzące się spoza mechaniki ogólnej.

Tradycyjnie kursy mechaniki ogólnej wykładanej porządkiem geometrycznym i oparte na rachunku wektorowym zawierają elementy mechaniki analitycznej, przynajmniej w części dotyczącej koncepcji przemieszczeń i prac wirtualnych oraz zasady d'Alemberta i równań Lagrange'a [7]. Ta część wykładu wprawdzie mniej opiera się na intuicji, a bardziej na wywodach teoretycznych, ale ma ogromne znaczenie praktyczne. Jest bowiem źródłem zalgorytmizowanych metod budowy równań ruchu układów mechanicznych w możliwie minimalnej liczbie i bez konieczności ich układania dla każdego ciała po myślowym oswobodzeniu go z więzów. Celem stosunkowo krótkiego przedstawienia elementów mechaniki analitycznej jest, obok wprowadzenia efektywnej metody modelowania matematycznego układów mechanicznych, porównanie dwóch różnych podejść do konstrukcji tych samych w rezultacie równań – metody opartej na ogólnym równaniu mechaniki (zasada d'Alemberta) oraz metody związanej z równaniami Lagrange'a II rodzaju. Rolą tego rozdziału jest również rozbudzenie zainteresowania alternatywnymi podejściami do opisu ruchu, analizą ich przydatności i efektywności, z czego powinna wynikać umiejętność stosowania odpowiednich narzędzi matematycznych i numerycznych w rozwiązywaniu konkretnych problemów w technice. Wykład mechaniki analitycznej zawiera podręcznik [8].

Na treść książki znaczący wpływ wywarli moi nauczyciele i współpracownicy w Instytucie Podstaw Budowy Maszyn Politechniki Warszawskiej – profesor Zbigniew Osiński i profesor Andrzej Tylikowski. Zaznaczam to z wdzięcznością i satysfakcją.

Serdeczne podziękowania składam pani Małgorzacie Sadkowskiej za przygotowanie tekstu w postaci elektronicznej.

Warszawa, marzec 2005 r.

Autor