

SPIS TREŚCI

Przedmowa	11
Rozdział I. Sformułowanie zagadnień tarcz	13
1. Podstawowe równania liniowej teorii sprężystości	13
2. Równania liniowej teorii sprężystości w notacji inżynierskiej	18
2.1. Sformułowanie ogólnego zagadnienia brzegowego statyki	18
2.2. Równania nierozdzielności składowych tensora odkształcenia	19
2.3. Sformułowanie zadania brzegowego w naprężeniach	21
2.4. Sformułowanie zadania brzegowego w przemieszczeniach	23
3. Sformułowanie teorii tarcz PSO i PSN we współrzędnych kartezjańskich	26
3.1. Tarcze płaskiego stanu odkształcenia	26
3.2. Tarcze płaskiego stanu naprężenia	28
3.3. Sformułowanie ogólnego zadania tarcz	29
3.4. Przemieszczeniowe sformułowanie zagadnienia tarcz PSO	31
3.5. Uogólniony płaski stan naprężenia	34
3.6. Równanie nierozdzielności odkształceń wyrażone przez naprężenia	36
3.7. Równania przemieszczeniowe tarcz	38
3.8. O zagadnieniach brzegowych tarcz i metodach ich rozwiązania	38
4. Najprostsze przykłady i ćwiczenia	43
4.1. Zapis warunków brzegowych naprężeniowych w tarczy	43
4.2. Identyfikacja zadania na podstawie rozwiązania na przemieszczenia	44
4.3. Równomiernie obciążona wałka warstwa sprężysta	45
4.4. Wałka i niejednorodna warstwa sprężysta	48
4.5. Ustalenie warunków przemieszczeniowych słupa	50
Rozdział II. Rozwiązania belek krępych i tarcz metodą półdwrotną	58
1. Sformułowanie zadania w naprężeniach i metoda półdwrotna	58
2. Belki krępe o przekroju prostokątnym	61
2.1. Tarcza wspornikowa obciążona siłą	62
2.1.1. Analiza rozwiązania zgodnego z teorią belek smukłych	62
2.1.2. Rozwiązanie metodą półdwrotną	63
2.2. Tarcza wspornikowa obciążona równomiernie	66
2.2.1. Rozwiązanie zgodnie z teorią belek smukłych	66
2.2.2. Rozwiązanie metodą półdwrotną zadania PSN	68
2.3. Tarcza wspornikowa obciążona ciężarem własnym	76
2.4. Tarcza swobodnie podparta obciążona równomiernie	80
3. Wybrane zadania i ćwiczenia	83
3.1. Tarcza obustronnie utwierdzona obciążona równomiernie	83
3.2. Tarcza wspornikowa obciążona liniowo po długości	89
3.3. Podsumowanie cech metody półdwrotnej w rozwiązywaniu słupów i belek	93

Rozdział III. Metoda funkcji naprężeń	99
1. Sformułowanie metody funkcji naprężeń	99
2. Wielomiany biharmoniczne	100
2.1. Wielomian czwartego i piątego stopnia	100
2.2. Przykłady powiązania składników wielomianów z warunkami brzegowymi	102
2.3. Wielomiany biharmoniczne dowolnego stopnia	105
3. Zastosowania metody funkcji naprężeń w konstrukcjach masywnych	107
3.1. Nieskończenie długa ściana	108
3.1.1. Wyznaczenie funkcji Airy'ego i stanu naprężenia	108
3.1.2. Obliczenie stanu odkształcenia i przemieszczenia	111
3.2. Zapora obciążona cieczą i ciężarem własnym	112
3.3. Asymetryczna zapora obciążona parciem cieczy	114
3.4. Symetryczna pryzma obciążona obustronnym parciem cieczy	119
4. Belki wysokie oraz tarcze PSN i PSO	124
4.1. Tarcza wspornikowa obciążona siłą	124
4.2. Tarcza swobodnie podparta obciążona ciężarem własnym	129
4.3. Tarcza nieprzesuwnie swobodnie podparta obciążona równomiernie	132
Rozdział IV. Naprężenia główne i maksymalne ścinanie oraz ich trajektorie	137
1. Podstawowe zależności	137
1.1. Naprężenia oraz odkształcenia główne i ich trajektorie	137
1.2. Wzory transformacyjne i koła Mohra	140
1.3. Trajektorie ekstremalnych naprężeń stycznych	142
1.4. O całkowaniu numerycznym i metodach graficznych	143
2. Wyznaczanie trajektorii naprężeń głównych i maksymalnego ścinania	145
2.1. Najprostsze przykłady tarcz	146
2.1.1. Tarcza rozciągana	146
2.1.2. Tarcza poddana czystemu ścinaniu	147
2.1.3. Tarcza w stanie czystego zginania	148
2.2. Belka wspornikowa obciążona siłą	150
2.3. Pryzma obciążona ciężarem własnym	153
3. Trajektorie krytycznego ścinania według hipotezy wyężenia Coulomba-Mohra	157
3.1. Kryterium wyężenia CM i naprężenia zastępcze w zagadnieniach płaskich	158
3.2. Równania różniczkowe trajektorii krytycznego ścinania	163
4. Przykłady wyznaczania trajektorii krytycznego ścinania	164
4.1. Tarcze w jednorodnym stanie naprężenia	165
4.1.1. Tarcza poddana osiowemu rozciąganiu	165
4.1.2. Tarcza ściskana osiowo	166
4.2. Belka swobodnie podparta obciążona równomiernie	168
Rozdział V. Transformacja równań teorii tarcz z układu kartezjańskiego do biegunowego ..	170
1. Układ współrzędnych biegunowych i baza fizyczna	170
2. Transformacje składowych wektora i tensora drugiego rzędu	171
3. Równania geometryczne Cauchy'ego	173
4. Równania równowagi wewnętrznej Naviera	176
5. Równania nierozdzielności odkształceń w naprężeniach	177
6. Funkcja naprężeń we współrzędnych biegunowych	178
7. Równania trajektorii we współrzędnych biegunowych	180
8. Zagadnienie brzegowe tarcz PSO i PSN we współrzędnych biegunowych	183
9. Zagadnienie kołowo symetryczne tarcz PSO i PSN	185

Rozdział VI. Tarcze o symetrii kołowej	186
1. Tarcze w stanie skrętnym	186
1.1. Sformułowanie zagadnienia brzegowego	186
1.2. Ogólne rozwiązanie	187
1.2.1. Podejście naprężeniowe	187
1.2.2. Sformułowanie przemieszczeniowe	188
1.3. Skręcanie tarczy pierścieniowej	189
1.4. Nieograniczona tarcza z kołowym otworem poddana równomiernemu ścinaniu na obwodzie otworu	190
2. Stan obrotowo symetryczny	194
2.1. Sformułowanie zagadnienia brzegowego	194
2.2. Ogólne rozwiązanie dla stanu obrotowo symetrycznego	195
2.2.1. Podejście naprężeniowe	195
2.2.2. Sformułowanie przemieszczeniowe	198
2.3. Zagadnienie Lamégo	199
2.3.1. Nieskończenie długi cylinder obciążony ciśnieniem wewnętrznym	200
2.3.2. Nośność sprężysta cylindra PSO i PSN	204
2.4. Nieograniczona tarcza z otworem	207
2.5. Tarcze pierścieniowe o różnych warunkach brzegowych	209
2.5.1. Przemieszczeniowe warunki brzegowe	209
2.5.2. Mieszane warunki brzegowe	211
2.6. Tarcza pod nieciągłym obciążeniem	214
2.7. Tarcze złożone z dwóch i więcej materiałów	218
3. Słup zespolony w uogólnionym płaskim stanie odkształcenia	223
Rozdział VII. Klin, płaszczyzna i półpłaszczyzna	228
1. Funkcja naprężeń o rozdzielonych zmiennych	228
2. Klin obciążony siłą w wierzchołku	231
3. Półpłaszczyzna sprężysta obciążona siłą	237
3.1. Stan naprężenia	237
3.2. Trajektorie naprężeń głównych i ekstremalnych naprężeń stycznych	239
3.3. Wyznaczenie odkształceń i przemieszczeń	241
4. Półpłaszczyzna obciążona siłą styczną do brzegu	245
5. Płaszczyzna sprężysta obciążona siłą	247
6. Zasada superpozycji oraz funkcje Greena	253
6.1. Funkcje Greena	253
6.2. Półpłaszczyzna obciążona równomiernie na odcinku	256
7. Wybrane zadania i ćwiczenia	265
7.1. Zastosowanie funkcji Greena	265
7.2. Różne obciążenia półpłaszczyzny i zasada Saint-Venanta	267
Rozdział VIII. Pręty zakrzywione i koncentracja naprężeń	274
1. Pręt zakrzywiony obciążony momentem	274
1.1. Sformułowanie i rozwiązanie zadania	275
1.2. Prezentacja uzyskanych wyników	281
1.3. Naprężenia resztkowe w pierścieniu	286
2. Pręt zakrzywiony obciążony poprzecznie siłą na brzegu	288
3. Pręt zakrzywiony obciążony podłużnie siłą na brzegu	294

4.	Rozciągana tarcza z kołowym otworem	300
4.1.	Sformułowanie i rozwiązanie zadania	300
4.2.	Analiza stanu naprężenia	304
5.	Zginana tarcza z kołowym otworem	309
Rozdział IX. Zastosowanie szeregów trygonometrycznych		314
1.	Rozwinięcie obciążenia w szereg trygonometryczny	314
2.	Funkcje naprężeń	318
3.	Zagadnienie brzegowe belki-ściany	320
3.1.	Sformułowanie i rozwiązanie zadania	320
3.2.	Analiza stanu naprężenia	328
3.3.	Trajektorie naprężeń głównych	334
Rozdział X. Tarcze obciążone temperaturą i skurczem		338
1.	Uzupełnienie związku Hooke'a o odkształcenia termiczne i skurczowe	338
2.	Zagadnienie brzegowe tarcz we współrzędnych kartezjańskich	341
2.1.	Nieograniczona tarcza obciążona temperaturą	342
2.2.	Nieograniczone pasmo tarczowe obciążone temperaturą	342
3.	Tarcze obciążone temperaturą we współrzędnych biegunowych	344
3.1.	Zagadnienia brzegowe obrotowo symetrycznych tarcz PSN i PSO	345
3.2.	Tarcza z otworem kołowym utwierdzona na obwodzie	347
3.3.	Pierścienie i rura obciążone liniowym rozkładem temperatury	349
3.4.	Pierścienie o symetrii kołowej w warunkach ustalonego przepływu ciepła	353
4.	Wybrane zadania	358
4.1.	Układ złożony z krążka i nieograniczonej tarczy	358
4.2.	Tarcza testu podatności na pękanie materiału kruchego poddanego skurczowi	361
Rozdział XI. Wybrane przykłady złożonych zadań		367
1.	Walec ściskany wzdłuż średnicy	367
1.1.	Sformułowanie zadania	367
1.2.	Rozwiązanie zadania półpłaszczyzny obciążonej siłą	368
1.3.	Zastosowanie zasady superpozycji do rozwiązania zadania	370
1.4.	Rozwiązanie we współrzędnych kartezjańskich i biegunowych	372
1.5.	Analiza wyników	375
1.5.1.	Stan naprężenia	376
1.5.2.	Stan odkształcenia	379
1.6.	Trajektorie naprężeń głównych	379
1.7.	Zastosowania rozwiązania zadania w badaniach doświadczalnych	380
2.	Rura połączona z przestrzenią w stanie dwuosiowego obciążenia	382
2.1.	Połączenie bez poślizgu	382
2.2.	Połączenie z możliwością poślizgu	385
3.	Dyslokacja krawędziowa	394
4.	Zagadnienie nieograniczonej tarczy z karbem	399
Rozdział XII. Tarcze anizotropowe		408
1.	Podstawowe równania anizotropowych tarcz PSN i PSO	408
2.	Reprezentacje płaskich tensorów Hooke'a	412
2.1.	Związki Hooke'a materiałów anizotropowych w PSN i PSO	412
2.2.	Cztery typy anizotropii	415
2.3.	Kompozyty włókniste i laminaty	417
2.4.	Model kompozytu włóknistego w przypadku PSN	420

PRZEDMOWA

Tematem podręcznika są liniowo sprężyste tarcze izotropowe i anizotropowe. Rozpatrywane są tarcze w płaskim stanie odkształcenia i w płaskim stanie naprężenia. Omówiono podstawowe sformułowania zagadnień brzegowych tarcz i metody ich rozwiązywania. W szczególności przedstawiono metodę półodwrotną Saint-Venanta i efektywną metodę funkcji naprężeń Airy’ego. Sformułowania konkretnych zadań i ich rozwiązania prowadzone są we współrzędnych kartezjańskich lub biegunowych. Zamieszczono liczne przykłady rozwiązań zadań, częstokroć z podaniem wyników w formie graficznej z ich interpretacją i dyskusją. Wskazano również sposoby wykorzystania niektórych rozwiązań w projektowaniu elementów konstrukcyjnych i badaniach doświadczalnych mechanicznych właściwości materiałów oraz omówiono możliwości potencjalnego zastosowania m.in. w budownictwie. Zastosowano program do obliczeń symbolicznych i numerycznych Mathematica.

Podręcznik jest przeznaczony dla studentów wyższych uczelni technicznych kształcących się na kierunku budownictwo, pracowników naukowych, a także może być przydatna dla inżynierów projektantów. Opracowanie dotyczy zagadnień, które są realizowane głównie na pierwszym semestrze kursu Teorii Sprężystości i Plastyczności na studiach II stopnia Wydziału Inżynierii Lądowej Politechniki Warszawskiej. Założono, że Czytelnik zna elementy rachunku tensorowego oraz podstawowe równania i sformułowania liniowej teorii sprężystości w zagadnieniu przestrzennym, które tytułem wprowadzenia krótko przypomniano w pierwszym rozdziale. Należy zaznaczyć, że materiał zawarty w podręczniku może być wykorzystywany także przez studentów innych uczelni oraz na innych przedmiotach, np. na mechanice gruntów i fundamentowaniu, mechanice nawierzchni komunikacyjnych, projektowaniu konstrukcji drewnianych, stalowych, betonowych i zespolonych oraz przy badaniu projektowanych materiałów konstrukcyjnych. Ukierunkowanie na zagadnienia związane z budownictwem nie przekreśla ogólności podręcznika, który może być wykorzystywany na innych kierunkach studiów i Wydziałach PW, np. Mechanicznym oraz Inżynierii Materiałowej, jako literatura uzupełniająca.

Treść podręcznika podzielona jest na dwanaście rozdziałów oraz zawiera bibliografię. Każdy rozdział oprócz przedstawionych rozwiązań typowych przykładów zawiera także wiele kontekstowo związanych zadań o narastającym stopniu trudności, przeznaczonych do samodzielnego rozwiązania. W każdym rozdziale zastosowano niezależną numerację wzorów i rysunków. W poszczególnych przykładach lub grupie przykładów przyjęto także niezależną numerację wzorów. Podobna umowa dotyczy zalecanych ćwiczeń i zadań, które zamieszczane są w podpunktach rozdziałów. W przypadku wzorów, które będą miały wielokrotne powołania, stosujemy ciągłą ich numerację w danym rozdziale lub podrozdziale. W zależności od potrzeby do zapisu wzorów, wyrażeń i równań stosujemy notację absolutną, wskaźnikową i inżynierską.

Aleksander Szwed, Stanisław Jemioło