

---

# S

pis treści

## Część III

### LINIOWE USTROJE DWUWYMIAROWE I TRÓJWYMIAROWE

<b>Rozdział 1. Wprowadzenie</b> .....	7
1.1. Budowa, zastosowanie i podział ustrojów dwuwymiarowych .....	7
1.2. Modele i metody ich analizy .....	11
1.2.1. Płaski stan naprężenia .....	11
1.2.2. Płaski stan odkształcenia .....	14
1.2.3. Metody analizy wytrzymałościowej .....	15
1.3. Ustroje trójwymiarowe .....	17
<b>Rozdział 2. Rury grubościennie. Tarcze kołowe i prostokątne</b> .....	18
2.1. Obciążone osiowosymetrycznie rury grubościennie o przekroju kołowym .....	18
2.1.1. Podstawowe zależności .....	18
2.1.2. Zadanie Lamégo .....	22
2.1.3. Połączenia wciskowe. Rury wielowarstwowe .....	27
2.2. Tarcze kołowe obciążone osiowosymetrycznie .....	32
2.2.1. Zastosowanie tarcz kołowych, ich rodzaje i budowa .....	32
2.2.2. Tarcze wirujące o stałej grubości nieogrzone .....	33
2.2.3. Tarcze o zmiennej grubości ogrzane. Rozwiązania analityczne i przybliżone ..	37
2.3. Tarcze niekołowe. Podstawowe rozwiązania analityczne .....	44
<b>Rozdział 3. Płyty i powłoki</b> .....	46
3.1. Płyty kołowe obciążone osiowosymetrycznie .....	47
3.1.1. Podstawowe założenia i zależności .....	47
3.1.2. Rozwiązanie analityczne .....	52
3.2. Płyty prostokątne .....	60
3.2.1. Podstawowe zależności .....	60
3.2.2. Metody rozwiązywania .....	66
3.3. Powłoki osiowosymetryczne. Błonowy stan napięcia .....	71
3.4. Powłoki osiowosymetryczne. Zgięciowy stan napięcia .....	83
3.4.1. Podstawowe założenia i zależności .....	83
3.4.2. Stan zgięciowy powłoki walcowej .....	86

<b>Rozdział 4. Pręty cienkościenne</b> .....	95
4.1. Uwagi wstępne .....	95
4.2. Pręty o przekroju otwartym .....	97
4.2.1. Zginanie .....	97
4.2.2. Skręcanie .....	103
4.3. Pręty o przekroju zamkniętym .....	110
4.4. Uwagi końcowe .....	114
<b>Rozdział 5. Przykłady analizy ustrojów trójwymiarowych</b> .....	120
5.1. Uwagi wstępne .....	120
5.2. Grubościenna powłoka kulista pod działaniem ciśnienia wewnętrznego i zewnętrznego .....	122
5.3. Inne rozwiązania .....	123

#### Część IV

### NAPRĘŻENIA CIEPLNE, KONSTRUKCJE KOMPOZYTOWE

<b>Rozdział 1. Naprężenia cieplne</b> .....	126
1.1. Wstęp. Znaczenie naprężeń cieplnych w technice .....	126
1.2. Podstawowe wiadomości z wymiany ciepła .....	130
1.2.1. Elementarne pojęcia. Rodzaje wymiany ciepła .....	130
1.2.2. Równania opisujące wymianę ciepła .....	133
1.3. Naprężenia termiczne w wybranych dwuwymiarowych i trójwymiarowych zagadnieniach teorii sprężystości .....	138
1.3.1. Tarcze kołowe i rury przy osiowosymetrycznym rozkładzie temperatury .....	138
1.3.2. Naprężenia cieplne w ośrodkach niejednorodnych .....	143
1.3.3. Naprężenia cieplne w kuli i ścianie sferycznej .....	145
1.3.4. Naprężenia cieplne w powłoce cylindrycznej .....	149
1.4. Uderzenia cieplne .....	153
<b>Rozdział 2. Konstrukcje kompozytowe</b> .....	157
2.1. Wprowadzenie .....	157
2.2. Materiały anizotropowe. Związki konstytutywne .....	158
2.3. Odształcenia i naprężenia w warstwie ortotropowej .....	165
2.4. Hipotezy wyężeniowe dla materiałów ortotropowych .....	172
2.5. Wyznaczanie zastępczych modułów sprężystości elementów kompozytowych .....	177
2.6. Podstawowe związki mechaniki laminatów .....	181
2.7. Wytrzymałość laminatów warstwowych i innych elementów konstrukcji kompozytowych .....	182

#### Część V

### ZAGADNIENIA NIELINIOWE W WYTRZYMAŁOŚCI KONSTRUKCJI

<b>Rozdział 1. Duże przemieszczenia i odkształcenia ustrojów</b> .....	186
1.1. Duże ugięcia belek .....	186
1.1.1. Przemieszczenia, odkształcenia i naprężenia w przekroju belki .....	187
1.1.2. Wypadkowe siły i momenty wewnętrzne .....	190
1.1.3. Nieliniowe równania równowagi belki .....	191
1.2. Nieliniowa techniczna teoria powłok o małej wyniosłości .....	197
1.2.1. Deformacja powierzchni środkowej oraz przemieszczenia punktów powłoki .....	198
1.2.2. Odształcenia powłoki .....	200
1.2.3. Naprężenia w powłoce oraz wypadkowe siły i momenty .....	206

1.2.4. Nieliniowe równania równowagi . . . . .	209
1.2.5. Równania przemieszczeniowe powłok . . . . .	212
1.2.6. Linowe i nieliniowe równania równowagi płyt i powłok cylindrycznych i kulistych . . . . .	215
1.2.7. Warunki brzegowe . . . . .	217
1.2.8. Równania stateczności płyt i powłok o małej wyniosłości . . . . .	218
1.3. Duże ugięcia płyt i powłok o małej wyniosłości . . . . .	221
1.3.1. Duże ugięcia płyt prostokątnych . . . . .	222
1.3.2. Duże ugięcia paneli walcowych . . . . .	226
<b>Rozdział 2. Problemy stateczności ustrojów jednowymiarowych i dwuwymiarowych . . . . .</b>	<b>229</b>
2.1. Stateczność ustrojów prętowych . . . . .	229
2.2. Stateczność płyt prostokątnych . . . . .	238
2.2.1. Obciążenia krytyczne ściskanych płyt prostokątnych . . . . .	238
2.2.2. Obciążenia krytyczne ścinanych płyt prostokątnych . . . . .	244
2.3. Stateczność powłok walcowych . . . . .	246
2.3.1. Obciążenia krytyczne ściskanych powłok walcowych . . . . .	247
2.3.2. Obciążenia krytyczne skręcanych powłok walcowych o małej i średniej długości . . . . .	249
<b>Rozdział 3. Analiza ustrojów sprężysto-plastycznych . . . . .</b>	<b>253</b>
3.1. Sprężysto-plastyczne skręcanie prętów kołowsymetrycznych . . . . .	254
3.2. Sprężysto-plastyczne zginanie prętów przyrzmatycznych . . . . .	257
3.2.1. Przekroje o dwóch osiach symetrii . . . . .	258
3.2.2. Przekroje o jednej osi symetrii . . . . .	261
3.3. Nośność graniczna belek i ram statycznie wyznaczalnych . . . . .	265
3.4. Nośność graniczna belek i ram statycznie niewyznaczalnych . . . . .	268
3.4.1. Metoda kolejnego wyznaczania przegubów plastycznych . . . . .	269
3.4.2. Twierdzenia ekstremalne teorii nośności granicznej . . . . .	272
3.4.3. Przystosowanie się konstrukcji do obciążeń zmiennych w czasie . . . . .	280
<b>Rozdział 4. Naprężenia kontaktowe . . . . .</b>	<b>282</b>
4.1. Rozwiązania Hertza i Bielajewa . . . . .	283
4.2. Zagadnienia stempli działających na półprzestrzeń sprężystą . . . . .	288

## Część VI

### ZAGADNIENIA DYNAMICZNE W WYTRZYMAŁOŚCI KONSTRUKCJI

<b>Rozdział 1. Drgania . . . . .</b>	<b>291</b>
1.1. Drgania ustrojów belkowych i prętowych . . . . .	292
1.1.1. Drgania giętne belek . . . . .	293
1.1.2. Drgania wzdłużne prętów . . . . .	301
1.2. Drgania płyt i tarcz . . . . .	306
1.3. Drgania powłok . . . . .	312
1.3.1. Drgania powłok cylindrycznych . . . . .	312
1.3.2. Drgania czaszy kulistej . . . . .	316
1.4. Drgania własne ustrojów obciążonych siłami statycznymi . . . . .	318
1.4.1. Drgania własne giętne belek obciążonych siłami osiowymi . . . . .	319
1.4.2. Drgania własne giętne ściskanych powłok i płyt . . . . .	322
<b>Rozdział 2. Fale sprężyste i zagadnienia udarowe . . . . .</b>	<b>326</b>
2.1. Jednowymiarowe fale wzdłużne w prętach . . . . .	326
2.2. Przybliżona analiza zjawisk udarowych . . . . .	330

Część VII  
METODY NUMERYCZNE W WYTRZYMAŁOŚCI KONSTRUKCJI

<b>Rozdział 1. Przybliżone metody numeryczne</b> .....	336
<b>Rozdział 2. Metoda różnic skończonych</b> .....	342
<b>Rozdział 3. Metoda elementów brzegowych</b> .....	349
3.1. Metoda elementów brzegowych dla równania Poissona .....	350
3.2. Dwuwymiarowe zagadnienie teorii sprężystości. Brzegowe równanie całkowe .....	353
3.3. Algorytmy numeryczne MEB w dwuwymiarowym zadaniu teorii sprężystości .....	358
<b>Rozdział 4. Metoda elementów skończonych</b> .....	366
4.1. Koncepcja metody na przykładzie równania Poissona .....	366
4.2. MES w analizie konstrukcji prętowych .....	369
4.2.1. Belki .....	370
4.2.2. Pręty rozciągane i skręcane. Sprężyny .....	383
4.2.3. Kratownice i ramy płaskie .....	389
4.2.4. Przestrzenne kratownice i ramy .....	394
4.3. Dwuwymiarowe i trójwymiarowe zadania teorii sprężystości .....	396
4.3.1. Wykorzystywane związki i algorytmy obliczeń .....	396
4.3.2. Najprostszy trójkątny element skończony .....	407
4.3.3. Schemat działania programu metody elementów skończonych .....	413
4.4. Wybrane problemy w metodzie elementów skończonych. Drgania, obciążenia krytyczne, naprężenia cieplne, zagadnienia nieliniowe .....	414
4.4.1. Analiza drgań konstrukcji .....	414
4.4.2. Utrata stateczności. Obciążenie krytyczne .....	425
4.4.3. Naprężenia cieplne .....	436
4.4.4. Podstawy analiz nieliniowych .....	441
4.5. MES w praktyce inżynierskiej .....	448
4.5.1. Dokładność obliczeń metodą elementów skończonych .....	449
4.5.2. Wykorzystanie profesjonalnych systemów obliczeniowych .....	453

Część VIII  
METODY DOŚWIADCZALNE W WYTRZYMAŁOŚCI KONSTRUKCJI

<b>Wprowadzenie</b> .....	457
<b>Metody kontaktowe</b> .....	458
<b>Metody optyczne</b> .....	461
Metoda moire .....	461
Metoda elastooptyczna i jej warianty .....	465
Inne optyczne metody badań .....	471
<b>Inne metody bezkontaktowe</b> .....	472
<b>Metody pomiaru naprężeń własnych</b> .....	477
Bibliografia .....	484
Skorowidz .....	487