

Przedmowa.....	11
Spis oznaczeń.....	14
<b>0. PO CO RACHUNEK WARIACYJNY W MECHANICE?</b> .....	<b>17</b>
0.1. O dwóch sposobach opisywania zjawisk mechanicznych.....	17
0.2. Zasada prac przygotowanych jako narzędzie statyki analitycznej.....	18
0.3. Zasada Fermata jako prototyp całkowitej zasady wariacyjnej.....	21
0.4. Podstawowa idea rachunku wariacyjnego. Równanie Eulera-Lagrange'a.....	24
0.5. Zastosowanie zasady Hamiltona do modelowania drgań poprzecznych struny.....	26
0.6. Czym są metody bezpośrednie rachunku wariacyjnego?.....	28
<b>1. PODSTAWY RACHUNKU WARIACYJNEGO</b> .....	<b>31</b>
1.1. Terminologia.....	31
1.1.1. Rachunek wariacyjny.....	31
1.1.2. Funkcjonały.....	31
1.1.3. Funkcjonał najprostszy.....	32
1.1.4. Wariacja funkcji. Trzy rodzaje oznaczeń.....	33
1.1.5. Wariacja asynchroniczna.....	35
1.1.6. Bliskość krzywych.....	36
1.1.7. Rodzaje ekstremów.....	37
1.1.8. Ciągłość i liniowość funkcyjonału.....	39
1.1.9. Przyrost i wariacja funkcyjonału.....	40
1.2. Klasyczne i współczesne zagadnienia wariacyjne.....	41
1.2.1. Zagadnienia bezwarunkowe dla funkcyjonałów najprostszych.....	41
1.2.2. Zagadnienia bezwarunkowe dla funkcyjonałów wzbogaconych.....	44
1.2.3. Zagadnienia warunkowe.....	47
1.2.4. Zagadnienia z końcami nieustalonymi.....	51
1.2.5. Współczesne sformułowanie zagadnienia brachistochrony.....	53
1.3. Postępowanie wariacyjne.....	54
1.3.1. Warunek konieczny istnienia ekstremum funkcyjonału.....	54
1.3.2. Procedura szukania warunku koniecznego ekstremum funkcyjonału najprostszego.....	56
1.3.3. Lemat podstawowy rachunku wariacyjnego.....	57
1.3.4. Równanie Eulera-Lagrange'a i jego przypadki szczególne.....	58
1.3.5. Pochodna wariacyjna.....	62

2.	ZAGADNIENIA WARIACYJNE W OGÓLNIJSZEJ POSTACI .....	64
2.1.	Funkcjonały wzbogacone i równania ich ekstremal .....	64
2.1.1.	Funkcjonał zależny od pochodnych wyższego rzędu .....	64
2.1.2.	Funkcjonał zależny od wielu funkcji .....	66
2.1.3.	Funkcjonał zależny od jednej funkcji dwóch zmiennych niezależnych .....	67
2.1.4.	Funkcjonał zależny od funkcji zadanej w postaci parametrycznej .....	68
2.2.	Zagadnienia wariacyjne na ekstrema warunkowe .....	71
2.2.1.	Metoda nieoznaczonych mnożników Lagrange'a .....	71
2.2.2.	Zagadnienie warunkowe z więzami algebraicznymi .....	74
2.2.3.	Zagadnienie warunkowe z więzami różniczkowymi .....	78
2.2.4.	Zagadnienie warunkowe z więzami całkowymi (izoperymetryczne) .....	80
2.3.	Zagadnienia wariacyjne z końcami nieustalonymi .....	83
2.3.1.	Wzór podstawowy na wariację funkcjonału .....	83
2.3.2.	Zagadnienie z końcami swobodnymi .....	86
2.3.3.	Zagadnienie z końcami ruchomymi .....	88
2.3.4.	Naturalne warunki brzegowe .....	90
2.4.	Ekstremale nieładkie. Warunki Weierstrassa-Erdmanna .....	96
2.5.	Trzy typy zagadnień wariacyjnych .....	101
2.5.1.	Sformułowanie zagadnień .....	101
2.5.2.	Związki między poszczególnymi typami zagadnień .....	103
3.	ZAGADNIENIA WARIACYJNE W ZMIENNYCH KANONICZNYCH .....	105
3.1.	Zmienne kanoniczne .....	105
3.2.	Postać kanoniczna równań Eulera-Lagrange'a .....	107
3.3.	Całki pierwsze równań Eulera-Lagrange'a .....	109
3.4.	Równanie Hamiltona-Jacobiego .....	110
3.5.	Całka zupełna równania różniczkowego cząstkowego rzędu pierwszego .....	112
3.6.	Twierdzenie Jacobiego .....	114
4.	PODSTAWOWE POJĘCIA MECHANIKI ANALITYCZNEJ .....	120
4.1.	Mechanika analityczna a niutonowska .....	120
4.2.	Więzy i ich klasyfikacja .....	122
4.3.	Współrzędne uogólnione i stopnie swobody .....	131
4.4.	Przemieszczenia przygotowane .....	141
4.5.	Przestrzenie w mechanice analitycznej .....	146
5.	ENERGIA KINETYCZNA I POTENCJALNA .....	150
5.1.	Energia kinetyczna układu mechanicznego .....	150
5.1.1.	Punkt materialny .....	150
5.1.2.	Ciało sztywne .....	152
5.1.3.	Ciało odkształcalne .....	159
5.1.4.	Płyn .....	163
5.2.	Energia potencjalna elementów dyskretnych .....	164
5.3.	Energia potencjalna ciał sprężystych .....	173
5.3.1.	Najważniejsze fakty z teorii sprężystości w zapisie inżynierskim .....	173
5.3.2.	Energia potencjalna elementu ciała w warunkach odkształcenia .....	176
5.3.3.	Energia skręcania pręta o przekroju kołowym .....	178
5.3.4.	Energia czystego zginania belki pryzmatycznej .....	179
5.3.5.	Energia belki pryzmatycznej poddanej ścisłaniu-rozciąganiu .....	182
5.3.6.	Całkowita energia potencjalna .....	182

5.4. Inne formy energii .....	184
5.4.1. Uwagi ogólne na temat energii .....	184
5.4.2. Kilka faktów z dziedziny mechaniki płynów .....	185
5.4.3. Energia wewnętrzna płynu .....	186
5.4.4. Energia płynu jako rezultat działania sił zewnętrznych .....	187
6. ZASADY WARIACYJNE .....	188
6.1. O zaletach sformułowania wariacyjnego .....	188
6.2. Rodzaje zasad wariacyjnych .....	192
6.3. Zasada prac przygotowanych .....	194
6.3.1. Zasada prac przygotowanych a równania równowagi statyki geometrycznej .....	194
6.3.2. Sformułowania ZPP dla ciał sztywnych .....	194
6.3.3. Sformułowanie ZPP dla ciał sprężystych .....	198
6.3.4. Uogólnienie ZPP na obiekty ruchome .....	202
6.4. Zasada Hamiltona-Ostrogradskiego .....	202
6.4.1. Wzmianka historyczna o całkowitych zasadach wariacyjnych .....	202
6.4.2. Sformułowanie zasady Hamiltona dla układów potencjalnych .....	203
6.4.3. Sformułowanie zasady Hamiltona dla układów niepotencjalnych .....	206
6.4.4. Równania Lagrange'a II rodzaju jako konsekwencja zasady Hamiltona .....	208
6.4.5. Zasada Hamiltona a zasada najmniejszego działania .....	210
6.5. Przykłady zastosowań zasad wariacyjnych do modelowania ośrodków ciągłych .....	212
6.5.1. Modelowanie ciał sprężystych .....	212
6.5.2. Wyprowadzenie równania Eulera ruchu płynu .....	215
7. ELEMENTY MECHANIKI ANALITYCZNEJ W ZMIENNYCH KANONICZNYCH .....	218
7.1. Zmienne Lagrange'a a zmienne kanoniczne .....	218
7.2. Równania kanoniczne Hamiltona .....	220
7.3. Równania Hamiltona dla układów niepotencjalnych .....	226
7.4. Metoda Hamiltona-Jacobiego .....	228
8. ELEMENTY TEORII STEROWANIA OPTYMALNEGO .....	238
8.1. Wprowadzenie .....	238
8.1.1. Zagadnienie sterowania .....	238
8.1.2. Trzy przykłady wprowadzające .....	239
8.1.3. Mechanika a sterowanie .....	242
8.2. Model standardowy matematycznej teorii sterowania .....	243
8.2.1. Równanie stanu .....	243
8.2.2. Wskaźnik jakości (funkcja celu) .....	246
8.2.3. Ograniczenia sterowania .....	250
8.2.4. Równanie wyjścia .....	252
8.3. Zasada maksimum Pontriagina (ZMP) .....	253
8.3.1. Główne pojęcia metody Pontriagina .....	253
8.3.2. Sformułowanie zagadnienia sterowania optymalnego standardowego .....	254
8.3.3. Sformułowanie ZMP dla zagadnienia standardowego .....	256
8.3.4. Uwagi dotyczące stosowania ZMP .....	257
8.3.5. Sprowadzenie układu niestacjonarnego do stacjonarnego .....	260
8.3.6. Warunki transwersalności .....	261
8.3.7. Przewodnik po zagadnieniach sterowania optymalnego .....	270
8.3.8. Zagadnienie sterowania ze wskaźnikiem Bolzy .....	271
8.3.9. Ujęcie oryginalne Pontriagina .....	273

8.4. Zagadnienie minimalno-czasowe .....	276
8.4.1. Sformułowanie zagadnienia .....	276
8.4.2. Sterowanie przekaźnikowe, czyli „bang-bang” .....	276
8.4.3. Sterowanie minimalno-czasowe układami liniowymi .....	277
8.4.4. Zagadnienie stabilizacji minimalno-czasowej .....	278
8.5. Zagadnienie minimalizacji zużycia paliwa .....	290
8.5.1. Sformułowanie zagadnienia .....	290
8.5.2. Sterowanie trójpoziomowe – zasada włączeń („on-off”) .....	292
8.5.3. Stabilizacja optymalna układów liniowych stacjonarnych .....	293
8.5.4. Sterowanie prostym układem mechanicznym .....	295
8.5.5. Inne ujęcia zagadnienia minimalizacji zużycia paliwa .....	306
8.6. Zagadnienie liniowo-kwadratowe .....	309
8.6.1. Sformułowanie zagadnienia dla wskaźnika jakości Bolzy .....	309
8.6.2. Różniczkowe równanie Riccatiego .....	311
8.6.3. Algebraiczne równanie Riccatiego (ARR) .....	314
8.6.4. Automatyczne projektowanie regulatorów .....	317
8.7. Programowanie dynamiczne Bellmana (PDB) .....	318
8.7.1. Zasada optymalności Bellmana .....	318
8.7.2. Równanie Hamiltona-Jacobiego-Bellmana .....	320
8.8. Związki między metodami wariacyjnymi .....	324
8.8.1. Wprowadzenie .....	324
8.8.2. Programowanie dynamiczne Bellmana a zasada maksimum Pontriagina .....	325
8.8.3. Zasada Pontriagina a rachunek wariacyjny .....	326
9. METODY PRZYBLIŻONE .....	330
9.1. Kilka uwag ogólnych o metodach przybliżonych .....	330
9.2. Metoda Ritza i metoda Galerkina .....	334
9.3. Metoda Kantorowicza .....	337
9.4. Wiadomości ogólne o MES .....	340
9.4.1. Relacja między MES a RW .....	340
9.4.2. Skrócony opis działań w ramach MES .....	341
9.4.3. MES a metoda Ritza .....	348
9.5. Metoda Trefftza .....	349
9.5.1. Wzmianka o metodzie elementów brzegowych .....	349
9.5.2. Istota metody Trefftza .....	351
Dodatki	
A. Teoria skręcania w ujęciu Prandtla .....	355
B. Równanie Poissona jako rozwiązanie zagadnienia wariacyjnego .....	358
C. Praca przygotowana momentu .....	360
D. Równoważność metod Ritza i Galerkina .....	362
E. Obliczanie energii i pracy przygotowanej na użytek MES .....	364
F. Wyprowadzenie pewnego związku całkowego .....	368
G. Krótkie notki biograficzne .....	369
Bibliografia .....	371
Skorowidz .....	374